**מתן מגירא 211549852**

**רועי מתוקי 211540083**

**אלגוריתמים 1 –תרגיל עיוני 1**

**מבוא לגרפים**

**לפני תחילת מענה על המטלה והגשתה – עברו על ההוראות המפורטות שמצוינות במודל. אי הקפדה על צורת המענה ואופן ההגשה תגרור הורדת ניקוד משמעותית**

1. הוכיחו כי בכל גרף לא מכוון  קיימים צמתים ו- המקיימים

תשובה:

יהי G=(V,E), n=|V|>=2

נניח בשלילה: לא קיימים זוג קודקודים בעלי אותה דרגה.

האפשרויות לדרגות הן {0,1,….,n-1} מכאן שקיים קודקוד בעל כל אחת מאפשרויות הדרגה, מכאן קיים קודקוד בעל דרגה n-1 (מחובר לכל שאר הקודקודים) וקודקוד בעל דרגה 0 (לא מחובר לשום קודקוד) ונקבל סתירה.

2. בור הוא צומת בגרף מכוון  דרגת כניסה  ודרגת יציאה .

רשמו שגרה המקבלת גרף  המיוצג על ידי מטריצת שכנים ומוצאת בור (או לחילופין מודיעה "לא נמצא") בסיבוכיות זמן ריצה .

פתרון: הפונקציה מקבלת מטריצה המייצגת את הגרף ואת מספר הקודקודים בגרף (n):

findBor(mat, n)

row=1

col=2

While (col<=n)

If(mat[row][col] = 1)

row=col

col++

for i from 1 to n

if (i != row) AND (mat[row][i]!=0 OR mat[i][row]!=1)

print("לא נמצא")

Exit

return row

3.יהי G=(V,E) גרף לא-מכוון פשוט. נסמן |V|=n, |E|=m

נסמן ב- \* את התכונה הבאה:

לכל שתי צמתים x ו- y ב V מתקיים deg(x)+deg(y)>n

1. תנו דוגמא לגרף קשיר המקיים את \* ולגרף קשיר שאינו מקיים את \*

Diagram

Description automatically generated

1. כתבו אלגוריתם יעיל הבודק בהינתן G=(V,E) האם הוא מקיים את התכונה (\*). נתחו זמן ריצה.

function (G,n)

min1=n

min2=n

for each vertex u

do p=V[u]

counter=0

while p!=nil

counter++

p=p.next

if counter<min1

min2=min1

min1=counter

else if counter<min2

min2=counter

if min1+min2 > n

return true

return false

זמן הריצה הוא o(n+m) כי עוברים על כל הקשתות פעמיים ועל הקודקודים פעם אחת.

1. הוכיחו או הפריכו את הטענה הבאה: כל גרף לא-מכוון פשוט המקיים את \* הוא גרף קשיר

נניח בשלילה שהגרף לא קשיר, לכן הגרף מחולק למספר רכיבי קשירויות. הדרגה המקסימלית בכל רכיב קשירות היא כמות האיברים של אותו רכיב קשירות פחות אחד. נבחר צומת x מרכיב קשירות אחד וצומת y מרכיב קשירות שני אז סכום הדרגות שלהם יהיה הגודל של רכיב הקשירות הראשון פחות אחד פלוס הגודל של רכיב הקשירות השני פחות אחד, ידוע שהסכום של 2 רכיבי קשירויות קטן שווה מ n לכן סכום זה קטן מסכום הדרגות של כל הגרף (n) פחות 2.

מכאן קיבלנו סתירה לכן כל גרף פשוט המקיים את התכונה הוא גרף קשיר.